FRANCISCO SECADAS MARCOS
JAIME SANMARTÍN

ANA DIM
EL ANÁLISIS DIMENSIONAL

Procedimiento de cálculo y Manual del programa

CEDE S.L.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

El Análisis Dimensional es un método multivariado diseñado por el autor, que ha sido enjuiciado por expertos en Psicología, entre ellos el profesor M. Yela, de Madrid, y el profesor Eckman, de Estocolmo, como equivalente a los métodos factoriales. Dado un conjunto o matriz (A1) de elementos mutuamente relacionados, el AD[1] decanta los subgrupos latentes que integran dicho conjunto, estimando el peso relativo de cada variable en las dimensiones extraídas *(factores)*.

Desde sus comienzos, por los años cincuenta, en la época en que los ordenadores personales no existían ni en proyecto, el AD ha pretendido poner en la mano del investigador, y del universitario que aspìra a serlo, las ventajas del análisis factorial. Surgió como recurso didáctico para hacer intuible a catedráticos de Filosofía el sentido del *análisis factorial* (AF), con fines de orientación vocacional a estudiantes de bachillerato. Durante largo tiempo se ha venido utilizando como equivalente al AF en trabajos de investigación, tras repetidos ensayos expresamente diseñados para verificar la concordancia entre ambos tratamientos. Intentamos ahora justificar la confianza depositada en el método como instrumento científico, primero por vía intuitiva y luego críticamente, utilizando para este propósito un mismo modelo, antes de mostrar algunas de sus aplicaciones, y de proponer el programa informático con el que termina esta presentación.

Aunque el ejemplo empleado en la demostración es artificial, resulta refrendado él mismo como paradigma, por la concordancia de los resultados ahora simulados, con la estructura de los estudios del Bachillerato, descubierta con anterioridad, al tratar por análisis factorial las calificaciones de 5.000 estudiantes de una muestra estratificada nacional, que sirvió de pauta para la orientación escolar.

Iremos describiendo sobre el modelo las fases del proceso, por dos razones, entre muchas:

1.ª Porque al ir razonando por partes, se pone al descubierto la lógica interna del método, al alcance de los estudiantes universitarios, a quienes va destinado, y de cualquier lector inteligente.

2.ª Para que incluso los no versados en cálculo matricial ni habituados a la informática puedan beneficiarse del AD. De hecho, su aplicación a trabajos de investigación se ha verificado durante años manualmente.

Agradezco al profesor I. Alfaro, de la Universidad de Valencia, la valiosa ayuda prestada en la presentación de las figuras; y muy cordialmente, a mis alumnos, por cuanto han colaborado en la construcción del método avalándolo con meritorios trabajos.

---

[1] En abreviatura, AD, Adim o Anadim, indistintamente.

Capítulo 1

SENTIDO DEL AD

Al fingir el ejemplo ilustrativo de toda la explicación que sigue, se imaginó una situación de nueve alumnos calificados en cinco asignaturas, cada una de éstas evaluada en tres ocasiones. Pero anticipadamente se supuso que cada sujeto calificado tuviera ciertas aptitudes específicas que, sin gran rigor, quedaran reflejadas en las notas y fueran devueltas en forma coherente por el análisis.

Cada alumno de la ***tabla 1.1*** figura en la lista con tres puntuaciones dicotómicas en cada disciplina, correspondientes a los tres trimestres del curso académico, puntuando con 1 el aprobado y con cero el suspenso. Para mayor claridad de las tablas, convencionalmente se representan los ceros por su mínima expresión espacial que es un punto (•).

TABLA 1.1

Calificaciones dicotómicas trimestrales de nueve alumnos imaginarios en cinco asignaturas

Sujeto	*Matemáticas*			*Lenguaje*			*Ciencias Naturales*			*Física-Química*			*Dibujo*		
1.º ABC	1	1	1	1	•	1	1	1	•	1	1	1	1	1	1
2.º BCD	•	•	1	1	1	1	•	1	1	1	•	1	1	•	•
3.º CDE	•	1	1	1	•	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4.º DEF	1	•	1	•	1	•	1	1	1	1	•	•	1	1	1
5.º EFG	•	1	1	•	•	•	1	1	•	•	1	1	1	1	1
6.º FGH	1	1	1	1	1	1	•	•	1	1	1	1	•	•	1
7.º GHI	•	•	•	1	1	1	1	1	1	•	•	•	1	1	1
8.º HIJ	•	•	•	1	1	1	•	•	1	1	•	•	1	1	•
9.º IJK	1	1	1	1	1	1	•	•	•	•	1	•	1	•	•

Sumando estas calificaciones trimestrales por sujetos, tenemos la matriz de notas que aparece en la ***tabla 1.2***. La operación es legal en la medida en que las tres calificaciones de cada disciplina sean análogas, pese a ligeros matices en casos aislados.

Cada sujeto aporta lo suyo al contenido de la tabla. En lo que la tabla contiene de «matemáticas», los que más aportan son los sujetos 1.º, 6.º y 9.º; en «letras», el contenido viene definido por los rendimientos de los alumnos 2.º, 6.º, 7.º, 8.º y 9.º; en «ciencias físico-químicas» tienen mayor densidad las calificaciones de los sujetos 1.º, 3.º y 6.º, etc. En cada columna parece implicada mayormente alguna aptitud, ya sea «matemática», «literaria», «científica» etc.

TABLA 1.2

Suma de las calificaciones trimestrales de cada alumno (por asignaturas)

Sujeto	*Matemáticas*	*Lenguaje*	*Ciencias Naturales*	*Física-Química*	*Dibujo*
1. ABC	3	2	2	3	3
2. BCD	1	3	2	2	1
3. CDE	2	2	3	3	3
4. DEF	2	1	3	1	3
5. EFG	2	•	2	2	3
6. FGH	3	3	1	3	1
7. GHI	•	3	1	•	3
8. HIJ	•	3	1	1	2
9. IJK	3	3	•	1	1

La tabla es ya, en sí misma, comparable a una matriz de dimensiones de *primer grado*, puesto que agrupa las notas originarias por núcleos de contenido análogo. Sin embargo, la tomaremos como punto de partida sencillo para determinar los índices de afinidad entre las asignaturas que van a constituir la matriz A1, auténtico punto de arranque del análisis *(**Tabla 1.3**)*.

Dispuestas las columnas como en la ***Tabla 1.2***, sería rutina habitual calcular las correlaciones entre cada par de notas, por columnas, obteniendo una matriz, que puede ser sometida a un análisis factorial (AF). Lo mismo ocurre con el AD: elevando cada coeficiente de correlación al cuadrado, se obtiene una matriz de coeficientes de determinación (r^2), cuyos intervalos son ya uniformes, y susceptibles de transformarse en unidades arbitrarias enteras, que llamamos *índices de afinidad* o, simplemente, *afinidades*. El AD decanta los grupos de afinidad (aptitud) implicados en la tabla A1.

Ya a simple vista observamos en la ***Tabla 1.2*** que el primer alumno, ABC, destaca en F-Q y en Dibujo, además de en Matemáticas; el tercer sujeto (CDE), en Ciencias Naturales, en F-Q y en Dibujo; el cuarto (DEF), en C. Nat. y en Dibujo; y así, en otros casos. Alguna afinidad deberá existir entre la variable de Dibujo (columna 5.ª) y la tercera (C. Nat.), y de ambas con la cuarta (F-Q).

La detección de estos grupos de afinidad latente es objeto del Análisis Dimensional, que los traduce en una matriz simétrica como la A1 del ***Tabla 1.3***. Explicaremos más adelante cómo se calcula en forma aproximada por vía manipulativa; y luego, más exacta, por cálculo matricial. Baste, por ahora, para intuir el sentido del análisis, entender que cada casilla de A1 expresa la afinidad entre dos asignaturas, la de la fila y la de la columna, que se cruzan en ese punto.

Imaginemos, pues, que esta matriz A1 de afinidades entre asignaturas es la que aparece simplificada a la izquierda de la ***Tabla 1.3***.

TABLA 1.3

Conversión de la Tabla 1.2 de calificaciones, en una matriz A1 de afinidades entre las asignaturas (izquierda)

Asignaturas	*Matriz A1 de afinidades*					*Dimensiones D.ºI*[1]		
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**I**	**II**	**III**
1. Matemáticas	2	–1	–1	2	•	–1	4	–1
2. Lengua	–1	4	–2	•	–4	–6	–1	4
3. C. Naturales	–1	–2	4	–1	4	8	–2	–2
4. Física–Química	2	•	–1	2	1	•	4	•
5. Dibujo	•	–4	4	1	4	8	1	–4

A la derecha, dimensiones de primer grado D.ºI, estimadas a partir de la mera contemplación de las columnas de A1, a saber: dimensión I, suma de las columnas 3.ª y 5.ª; dimensión II, suma de las columnas 1.ª y 4.ª; dimensión III, residual, idéntica a la columna 2.ª de A1.

Pero ya contemplando la A1 se puede entender el mecanismo que conduce a la matriz dimensional (D.ºI) que figura al lado, en el cuadro.

Revisando la matriz de afinidades A1, salta a la vista que la tercera columna y la quinta comparten variables altamente afines de uno y otro signo, igual que las columnas 1.ª y 4.ª. En cambio, la columna 2.ª no muestra afinidad con ninguna otra sino, más bien, oposición a los dos grupos binarios anteriores.

Pues bien; al fusionar la 3.ª y la 5.ª columna (los vectores de la matriz se suman término a término) nos da la primera dimensión de primer grado (I o D1). Haciendo otro tanto

[1] Designaremos con D.ºI, D.ºII, D.ºIII... los grados 1.º, 2.º, 3.º... del AD, es decir, las matrices dimensionales de órdenes sucesivos, a diferencia de A1, A2, A3... que aluden a las matrices de afinidades. Dentro de la matriz dimensional D.ºI, se designa con D1, D2, D3... (o también, simplemente, I, II, III...) cada dimensión o columna de la matriz D.ºI de primer grado; D1', D2', D3'..., las de segundo grado, etc. Las variables V1.1, V1.2, V1.3... pertenecen a la primera dimensión (D1) y ocupan el lugar 1.º, 2.º. 3.º... de la columna. En la matriz de afinidades A1, el indice de afinidad de la fila 4.ª, columna 6.ª puede expresarse así: $a_{4.6}$ etc.

con las columnas 1.ª y 4.ª, resulta la dimensión D2 o II. Y queda suelta la variable segunda de A1, que puede constituir la tercera dimensión residual (III o R3), reducida a una sola asignatura, la de Lengua.

1.1. Representación gráfica de D.ºI

Las cinco asignaturas se pueden proyectar gráficamente sobre tres ejes ortogonales que representen las dimensiones obtenidas, como en la ***figura 1.1***, donde se hace visible el sentido oculto de la estructura dimensional.

La dimensión I (Dibujo y Ciencias Naturales) queda proyectada sobre la abscisa de la gráfica; la II (matemáticas y Ciencias exactas), sobre un eje perpendicular al papel, definiendo un plano horizontal que corta la abscisa en profundidad; y la dimensión III (Lengua) se proyecta sobre la ordenada, por medio de flechas hacia arriba o hacia abajo, según el signo y la cuantía de cada término.

Por ejemplo, la asignatura de Lengua (2.ª fila) tiene tres cotas o saturaciones: –6, –1 y +4. Proyectando el –6 en la zona negativa de la abscisa; el –1, en la parte negativa del eje II, en el lado alejado del plano horizontal que corta la abscisa; y +4, elevando la flecha cuatro puntos por encima de dicho plano, se obtiene la proyección gráfica de la variable Letras en la matriz dimensional D.ºI.

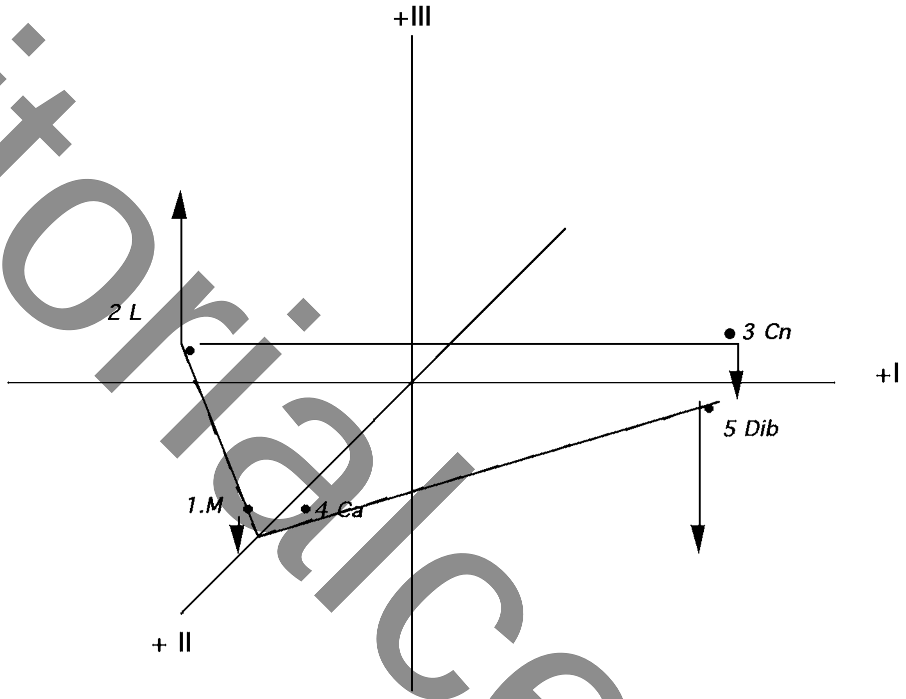
La dimensión I, en la gráfica (vars. 3 y 5), encubre aptitud para las ciencias naturales y el dibujo; la II implica condiciones favorables al estudio de las matemáticas (var. 1) y de las ciencias exactas (var. 4), es decir, científico-abstractas, a diferencia de las concretas de la dimensión anterior; la III vendría definida por una mayor dotación para las letras (var. 2) y por un cierto entorpecimiento eventual en las disciplinas gráfico-concretas (vars. 3 y 5), opuestas por el eje I, y que en la dimensión III orientan las flechas en sentido contrario.

Ya el polígono que abarca todas las variables en el plano horizontal pone de manifiesto los tres grupos, con las distancias y signos que las relacionan; pero al incorporar el tercer eje, la estructura cobra mayor relieve y sentido, haciendo patente la triple vertiente:

I. Dibujo y Ciencias Naturales (Te).
II. Mátemáticas y Física y Química (Ca).
III. Lengua (L).

FIGURA 1.1

Representación gráfica tridimensional de las dimensiones de primer grado de la Figura 1.3



Estas tres dimensiones serían los grupos radicales de las notas, asociados a las asignaturas de contenido homogéneo en la enseñanza.

Aunque tales apreciaciones no sean extensibles a las disciplinas escolares, en general, sino válidas solamente para el ejemplo ficticio del modelo, con todo no deja de sorprender la analogía de estos grupos con los surgidos del *análisis factorial* del contenido del bachillerato, antes aludido, donde aparecía un factor *lingüístico-simbólico (Ls)*, embebido en la lengua, la literatura y disciplinas afines; otro factor *científico-abstracto (Ca)* ejercitado en las matemáticas y en las ciencias exactas; y un tercer factor *técnico–empírico (Te)* que incluía las ciencias naturales y el dibujo, junto a las prácticas de laboratorio. Esta coincidencia de resultados sería garantía de la equivalencia del método dimensional y del factorial, pero no la única, como se verá más adelante.

Dada, pues, una matriz simétrica de afinidades (A1), se obtienen las dimensiones de primer grado (D.ºI) sumando columnas homólogas. Estas dimensiones, a su vez, dan pie a la matriz A2 de afinidades entre ellas, que serán punto de arranque para obtener las de segundo grado (D.ºII), merced a ciertas transformaciones; y así, hasta agotar el contenido útil de la matriz original A1.

En el ensayo no aparece explícito el cálculo de la matriz A1 ni del primer grado dimensional, omitido en aras de la intuición del sentido, que es lo que ahora importa. Sumar columnas homogéneas y agruparlas en vectores diferentes es, precisamente, la labor del AD, y se expondrá en detalle a continuación, replanteando el ejemplo a partir de las notas originales, antes de aducir los cálculos matriciales que la justifican.

1.2. PRELIMINARES Y RUDIMENTOS

Convendrá precisar desde aquí algunos de los términos más útiles para nuestro propósito, aunque en el procedimiento *manual* queden un tanto desdibujados ocasionalmente.

Una *Tabla de datos*, como la 1.1, reúne los valores originales sobre los cuales inciden las operaciones del análisis.

Una *matriz* contiene datos numéricos mutuamente relacionados, y dispuestos en forma rectangular. Tiene filas horizontales y columnas verticales. Por ejemplo, una lista de calificaciones, como las matrices 1.1 y 1.2, tiene filas de alumnos, y columnas de notas escolares. Se llama *cuadrada* la matriz cuando la longitud de las filas (el número de términos) es igual a la de las columnas. Será, además *simétrica* cuando las magnitudes de la matriz sean idénticas, a uno y otro lado de la diagonal principal.

En psicología son frecuentes las matrices de correlaciones entre tests, generalmente cuadradas y simétricas, al relacionar todos los tests unos con otros. En las diagonales figura la correlación de cada test consigo mismo, opcionalmente sustituida por la fiabilidad, o por la máxima correlación en la fila-columna correspondiente, o por la unidad, asumiendo que dicha afinidad sea máxima.

La *matriz de afinidades A1 (Cuadro 1.3)* es cuadrada y simétrica; es decir, contiene tantas filas como columnas, y los términos son idénticos en ambas mitades, a cada lado de la diagonal.

En el AD la *matriz reducida* A2 resulta de los productos escalares entre las dimensiones de primer grado (D.ºI); e igual se diga de la A3 respecto a las de segundo grado (D.ºII) cuando se extraiga; y así sucesivamente. Cada fase del AD reduce una matriz A a otra D, de menor rango (menos columnas), y a su correspondiente matriz A, asimismo mermada en número de columnas y de filas.

Una *variable* es una magnitud que cambia de valores en función de otras relacionadas con ella.

Llamaremos *vector (V)* a la variable definida por una columna o fila de la matriz. Las columnas de D.ºI y las de A1 son vectores.

A diferencia del vector, se llama *escalar* la magnitud expresada por un número suelto, o el número mismo. El *producto escalar* de dos vectores (vg. D1 x D2...), término a término, concluye en una cifra que se coloca en la casilla correspondiente al cruce de ambas en la nueva matriz de afinidades A2. Dentro del vector, los escalares guardan unos con otros una relación que determina el valor de cada variable en la matriz.

Una *matriz de afinidades* es aquel conjunto de vectores cuyas casillas expresan lo que hay de común entre cada par de variables que se cruzan en ese punto. Cada casilla de una matriz de afinidades expresa numéricamente la relación entre el vector fila y el vector columna que la cruzan. Este *índice de afinidad* resulta de diversidad de operaciones, como pueden ser: correlaciones, coeficientes de determinación, de varianza-covarianza etc. Se pueden estimar también las afinidades por el *método de calificación*, uno de tantos válidos en psicometría, que asigna un valor estimado de acuerdo con un conjunto de atributos, a veces sólo implícitos. Un grupo de jueces, por ejemplo, puede estimar los valores de una matriz, calificándolos cada juez por separado, y reuniendo posteriormente todas las estimaciones en una matriz única que merezca el acuerdo del equipo de calificadores.

La *traspuesta* de un vector-columna es un vector-fila con los mismos valores y dispuestos en el mismo orden. La traspuesta de una matriz A1 es aquella otra, A1', cuyas filas son idénticas a las columnas de A1.

Para indicar una casilla de la matriz, se emplea el número de la fila, seguido del de la columna, separados por una coma; así $a_{5,4} = 1$ expresa el valor de la casilla que ocupa el cruce de la fila 5.ª con la columna 4.ª.

Opcionalmente, en el procedimiento *manual*, al calificar las afinidades, solemos reducir proporcionalmente los valores a una escala de amplitud (+3) a (–3), sin otra razón, aparte de tratarse de un número manejable y cómodo, que ser ésta la amplitud abarcable normalmente por la atención operativa, según G. A. Miller, dado que, al incluir el cero como intervalo medio, la escala equivale a un *chunk* de 7 elementos combinables.

A menudo, en el AD «manual» se sustituyen los dígitos por signos + y –. La equivalencia de los signos sería:

SIGNO	VALOR
+	**1**
++	**2**
+++	**3**
v	**1/2**
–	**–1**
=	**–2**
=	**–3**
	–.–1/2

A las variables aglutinantes se les asigna convencionalmente dos puntos (++).Puede precisarse más la afinidad real tomando en cuenta los medios puntos positivos (v) y negativos (–.).

El cifrado de los signos (+) y (–) en el procedimiento manual dista de la precisión de los valores numéricos, conque el producto del análisis no iguala en exigencia al método informatizado «Anadim». Con todo, se puede pensar que, en primer lugar, el valor primordial de los análisis factoriales es clasificatorio, en el sentido de que descubren subconjuntos a los que asignar las variables, sin desatender el peso comparativo de cada una; en segundo lugar, que, como demostraremos, esta clasificación *manual* es en el AD, por lo menos, comparable en eficacia a la del análisis factorial; y por último, que semejante propósito —descubrir subconjuntos dentro de un conjunto universal— es la principal aspiración de la psicología multivariada, que la acerca en este punto a una visión cualitativa respetuosa de la cantidad o peso de los componentes.

«El investigador, afirma Thurstone, asume que los fenómenos mentales se articulan en *funciones identificables*, las cuales no siempre participan por igual en cualquier cosa que la mente realiza... Estas funciones mentales son las que busca el científico, con la esperanza de identificarlas experimentalmente. No se prejuzga la naturaleza de tales funciones, ni si son congénitas o adquiridas, o si responden a localizaciones cerebrales».

Tal vez la mejor síntesis nos la proporcione M. Yela (1957), discípulo de Thurstone y profundo conocedor y teórico del análisis factorial, al concluir: «El análisis factorial no puede decirnos lo que es la inteligencia ni qué es el conocimiento ni cómo son las operaciones psicológicas. Lo único que permite es distinguir las *unidades de función* que las operaciones psicológicas manifiestan en la conducta; y ello, de manera aproximada y probable».

1.3. Lógica y verdad del Anadim

Definido de un modo funcional, el AD pretende extraer de un conjunto universal de indicios que definen un área, subconjuntos de variables homogéneas, diferentes unos de otros por su contenido, en una medida o probabilidad prevista.

En un argumento lógico distinguimos lo que hay de verdadero y lo que tiene de consecuente. El silogismo no garantiza la verdad de la conclusión, más que cuando las premisas son ciertas. Así como a nadie se le ocurre juzgar la precisión de un reloj porque la hora que marca en este momento sea la exacta sino porque no se atrase o adelante, tampoco la validez del silogismo consiste en que la conclusión sea verdadera sino en que se siga lógicamente de las premisas.

La validez del análisis depende de los índices de la matriz A1, y de la precisión del procedimiento escogido en concreto para calcularlo, ya que no todos son igual de rigurosos. Como en el silogismo, cabe distinguir dos cuestiones: que el AD sea *legítimo* en cuanto procedimiento, es decir, que guarde consecuencia en todas las fases del proceso; y que las conclusiones derivadas se acomoden a la *realidad*. Esto último hay que probarlo en las premisas, o sea, en la objetividad y rectitud de los índices de afinidad; y es cosa que atañe a la experimentación o a la observación controlada, no sólo en el análisis dimensional sino en el factorial y en cualquier programa informático.

Supuesta la legitimidad o consecuencia del método, las conclusiones serán válidas siempre que las afinidades de la matriz A1 reflejen fielmente la relación entre las variables. Pero la verdad de las afinidades es condición antecedente, fruto de la investigación, y no depende del método. Lo mismo vale decir de las conclusiones, que deben ser comprobadas experimentalmente para adquirir rango de ciencia. Nosotros nos atenemos al problema de la legitimidad, por el momento. Como lo dice Thurstone, «el científico busca estas funciones con la esperanza de identificarlas experimentalmente».

Ahora atendemos a mostrar, y en lo posible demostrar, su lógica y coherencia. Lo intentaremos, primero, a través del procedimiento *manual*, aduciendo luego una somera demostración matricial para describir su lógica interna. A mayor abundamiento, mostraremos la compatibilidad del método y de sus productos con los de otros sistemas factoriales nada discutidos.

De inmediato intentaremos, en el segundo capítulo, exponer el procedimiento *manual* de efectuar el AD; luego trataremos de justificar la lógica del proceso mediante un mínimo de cálculo matricial (tercer capítulo), antes de valorar su eficacia por comparación con la del análisis factorial (cuarto capítulo), y por la aparente evidencia de algunos hallazgos (capítulo quinto).

Como última parte y colofón de este opúsculo, se presentará el programa informático «Anadim», realizado por el profesor Jaime Sanmartín, donde se cubren las exigencias de rigor metodológico.

EL Análisis Dimensional es un método multivariado diseñado por el autor, que ha sido enjuiciado por expertos en Psicología, entre ellos el profesor M. Yela, de Madrid, y el profesor Eckman, de Estocolmo, como equivalente a los métodos factoriales. Dado un conjunto o matriz (A1) de elementos mutuamente relacionados, el AD decanta los subgrupos latentes que integran dicho conjunto, estimando el peso relativo de cada variable en las dimensiones extraídas (*factores*).

Desde sus comienzos, por los años cincuenta, en la época en que los ordenadores personales no existían ni en proyecto, el AD ha pretendido poner en la mano del investigador, y del universitario que aspira a serlo, las ventajas del análisis factorial. Surgió como recurso didáctico para hacer intuible a catedráticos de Filosofía el sentido del **análisis factorial** (AF), con fines de orientación vocacional a estudiantes de bachillerato. Durante largo tiempo se ha venido utilizando como equivalente al AF en trabajos de investigación, tras repetidos ensayos expresamente diseñados para verificar la concordancia entre ambos tratamientos. Intentamos ahora justificar la confianza depositada en el método como instrumento científico, primero por vía intuitiva y luego críticamente, utilizando para este propósito un mismo modelo, antes de mostrar algunas de sus aplicaciones, y de proponer el programa informático con el que termina esta presentación.

9 788478 696901

Colección
14 Instrumentos de Evaluación

CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN PREESCOLAR Y ESPECIAL
General Pardiñas, 95 - 28006 MADRID
Tel. 91 562 65 24 - Fax 91 564 03 54
www.editorialcepe.es
E-mail: clientes@editorialcepe.es